

Eine Erläuterung zu den Geschwindigkeiten und ihren Bezeichnungen an einem Turbinenrad.

C ist die absolute Strahlgeschwindigkeit

W ist die relative Strahlgeschwindigkeit

U ist die Umfangsgeschwindigkeit des drehenden Schaufelrads.

Die Indizes "1" und "2" stehen für die Eintritts-Seite und die Austritts-Seite des Schaufel Gitters. Bei mehreren Laufrädern dann auch noch weitere. z.B. analog "3" und "4" beim 2-ten Laufrad.

$U_1 = U_2 = U$ (ohne Index) weil sich Eintritt und Austritt der Beschaukelung zwangsweise gleichschnell bewegen. Somit erübrigt sich hier die Inizierung der Geschwindigkeits Vektoren. Vektoren haben eine Richtung und eine Größe (maßstäbliche Pfeil-Länge).

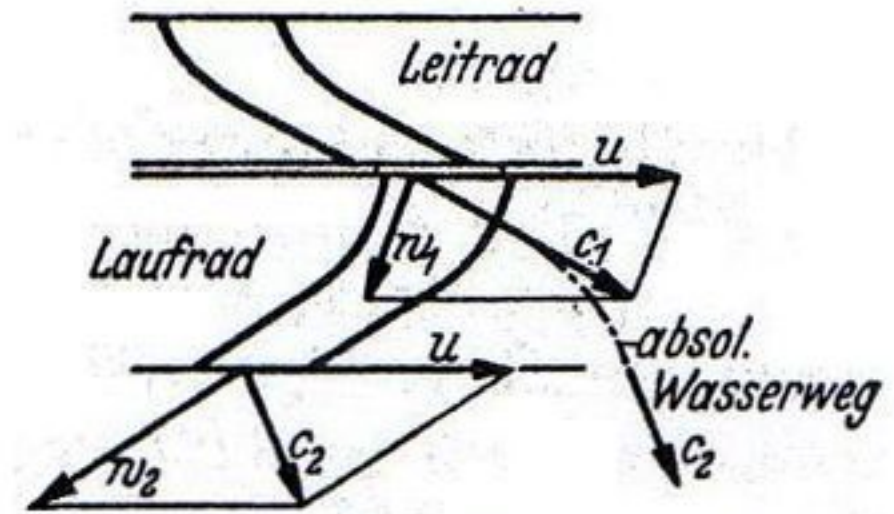


Bild 41. Geschwindigkeiten in der Wasserturbine

Bei einer Wasserturbine strömt das Wasser mit der (Absolut-)Geschwindigkeit c_1 (Bild 41) aus dem festen Leitrad in die Schaufeln des Laufrades, das sich mit der Umfangsgeschwindigkeit u gegenüber dem Leitrad dreht. Beim Übertritt ergibt sich die Relativgeschwindigkeit w_1 des Wassers als geometrische Differenz von c_1 und u . Für stoßfreien Übergang muß w_1 die Richtung des Schaufelbleches haben. Das Wasser tritt mit der Relativgeschwindigkeit w_2 in Richtung des Schaufelbleches aus, und es ergibt sich die (absolute) Austrittsgeschwindigkeit c_2 als die geometrische Summe von u und w_2 .

Schaufeln und Profile im Gitterverband

Über Gitterströmungen können folgende allgemein gültige Regeln angegeben werden, welche die Grundlage zur Berechnung aller axialen Kreiselmaschinen bilden.

a) **Gitter mit unendlicher Schaufelzahl.** Ein unendlich langes, ruhendes Schaufelgitter mit unendlicher Schaufelzahl und unendlich dünnen Schaufeln soll eine Strömung aus der Richtung α_1 in die Richtung α_2 ablenken. Hierfür gelten folgende Beziehungen, Bild 85:

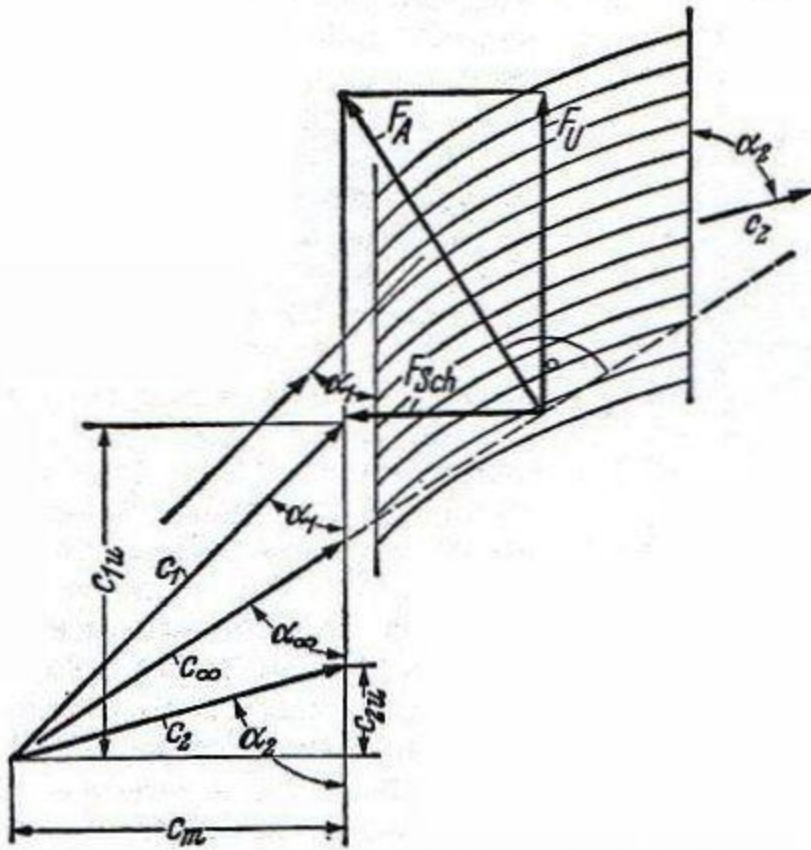


Bild 85. Unendlich langes, ruhendes Schaufelgitter mit unendlicher Schaufelzahl

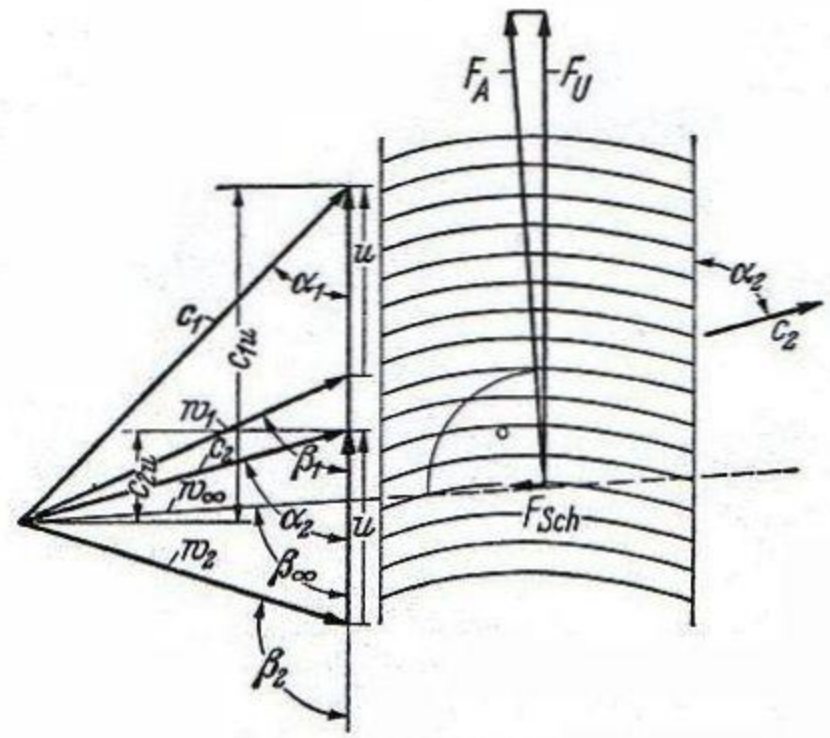


Bild 86
Unendlich langes, bewegtes Schaufelgitter

α) Die Meridiangeschwindigkeiten vor und hinter dem Gitter sind gleich (Kontinuität),

$$c_1 \sin \alpha_1 = c_2 \sin \alpha_2 = c_{1m} = c_{2m} = c_m. \quad (59)$$

β) In Gitterrichtung übt die Flüssigkeit (bzw. das Gas) folgende Kraft auf das Gitter aus:

$$F_u = \dot{m}(c_{1u} - c_{2u}); \quad (60)$$

\dot{m} sekundlich durch eine bestimmte Gitterlänge, z. B. l , strömende Masse; für \dot{m} in kpsec/m ergibt sich F_u in kp, für \dot{m} in kg/sec erhält man F_u in N.

γ) Der Druckunterschied vor und hinter dem Gitter ergibt sich nach Bernoulli zu:

im aktuellen mks Maßsystem

$$\begin{aligned} p_2 - p_1 &= \gamma/2g \cdot (c_1^2 - c_2^2) = \gamma/2g \cdot (c_{1u}^2 - c_{2u}^2) \text{ in kp/m}^2, \\ &= \frac{1}{2}\rho(c_1^2 - c_2^2) = \frac{1}{2}\rho(c_{1u}^2 - c_{2u}^2) \text{ in N/m}^2. \end{aligned} \quad (61)$$

Damit wird die in dieser Richtung auf das Gitter wirkende Kraft (Schub)

$$\begin{aligned} F_{Sch} &= lb\gamma/2g \cdot (c_{1u}^2 - c_{2u}^2) \text{ in kp} \quad (b \text{ Gitterbreite senkrecht zur Bildebene}), \\ &= lb \cdot \frac{1}{2}\rho(c_{1u}^2 - c_{2u}^2) \text{ in N}. \end{aligned} \quad (62)$$

δ) Die Gesamtkraft (Auftrieb) $F_A = \sqrt{F_u^2 + F_{Sch}^2}$ steht, wie leicht nachzuweisen ist, senkrecht auf einer mittleren Richtung, die durch $\tan \alpha_{\infty} = c_m / [\frac{1}{2}(c_{1u} + c_{2u})]$ gegeben ist. Die in dieser Richtung vorhandene mittlere Geschwindigkeit ist:

$$c_{\infty} = \sqrt{c_m^2 + \left(\frac{c_{1u} + c_{2u}}{2}\right)^2}.$$

ϵ) **Umkehrung.** Wird die gleiche Ablenkung irgendwie durch ein in Gitterrichtung mit der Geschwindigkeit u bewegtes Gitter erreicht, etwa nach Bild 86, so gelten die unter α) bis δ) vermerkten Beziehungen für die Relativgeschwindigkeiten w_1, w_2, w_{∞} . Wieder sind zunächst für unendlich dicht stehendes Gitter in Bild 86 Schaufelgitter und Geschwindigkeitsdiagramme eingezeichnet. Der Auftrieb F_A steht somit senkrecht auf w_{∞} .

ζ) Die in Gitterrichtung wirkende Kraft F_u erbringt jetzt die Leistung $F_u u = \dot{m}u(c_{1u} - c_{2u})$. Denkt man sich diese z. B. durch Fallen des sekundlich durchströmenden Gewichts $\dot{m} \cdot g$ um die Höhe H veranschaulicht, so entsteht: $H = \frac{u}{g}(c_{1u} - c_{2u})$. Dies ist die **Eulersche Turbinengleichung**. Bei einer Pumpe (Gebläse) ändert sich das Vorzeichen.

b) Gitter mit endlicher Schaufelzahl. In Bild 87 soll wieder die gleiche Ablenkung von α_1 nach α_2 erreicht werden, jetzt aber durch endlich viele Schaufeln. Offensichtlich ist dies nur möglich, wenn die Schaufelenden *aufgewinkelt* werden, so daß $\alpha_1' < \alpha_1$ und $\alpha_2' > \alpha_2$ wird. Es läuft auf das gleiche hinaus, wenn man den Krümmungsradius R' auf den Wert R verkleinert. Folgende Regeln können für diesen Fall angegeben werden:

α) Beim Gitter mit endlicher Schaufelzahl wird sich erst in einiger Entfernung vor und hinter dem Gitter (streng genommen erst im Unendlichen) die Strömung praktisch ausgeglichen haben. Ist a die Gitterbreite, so wird dieser Zustand erst bei einer Breite a' erreicht werden, Bild 87. Die für

das unendlich enge Gitter oben zusammengestellten Regeln gelten sämtlich auch bei endlicher Schaufelzahl, wenn in den Formeln die Geschwindigkeiten und Winkel der *ausgeglichenen Strömung* eingesetzt werden.

β) Aus a, δ) folgt insbesondere, daß die auf eine einzelne Gitterschaukel wirkende Kraft F_A senkrecht auf c_∞ steht. Das ist aber der gleiche Sachverhalt, der für eine Einzelschaukel zutrifft, wenn eine Parallelströmung mit der gleichen Anströmrichtung vorliegt. Es liegt somit sehr nahe, beide Fälle zu vergleichen und zu unterstellen, daß in beiden Fällen gleiche Kräfte in gleichen Richtungen vorhanden sind. Auf diese Weise kann die *Tragflügeltheorie* auf die Gitterströmung übertragen werden. Es ergibt sich eine Auftriebskraft

$$F_A = C_A \gamma / 2g \cdot w_\infty^2 l b \text{ in kp} = \\ = \boxed{C_A^{1/2} \rho w_\infty^2 l b \text{ in N}}, \quad (63)$$

l Schaufeltiefe,
 b Schaufelhöhe.

In gleicher Weise lassen sich die Verluste, die bisher nicht beachtet wurden, durch eine Widerstandskraft darstellen:

$$F_W = C_W \gamma / 2g \cdot w_\infty^2 l b \text{ in kp} = \\ = \boxed{C_W^{1/2} \rho w_\infty^2 l b \text{ in N}}. \quad (64)$$

γ) Alle für ein feststehendes Schaufelgitter abgeleiteten Gleichungen gelten

auch für ein mit u *bewegtes Gitter*, nur müssen die Absolutgeschwindigkeiten c durch die Relativgeschwindigkeiten w ersetzt werden. Die bisherigen Winkel α werden dann zweckmäßig mit β bezeichnet.

Für das bewegte Gitter, welches Arbeit aufnimmt (Turbine) oder Arbeit abgibt (Pumpe, Gebläse), gelten folgende allgemeine Beziehungen, wenn mit Δp der gesamte Druckunterschied bezeichnet wird, den das Gitter verarbeitet:

$$\Delta p = (p_2 + \gamma / 2g \cdot c_2^2) - (p_1 + \gamma / 2g \cdot c_1^2) \text{ in kp/m}^2 \\ = \boxed{(p_2 + 1/2 \rho c_2^2) - (p_1 + 1/2 \rho c_1^2) \text{ in N/m}^2}; \quad (65)$$

$$C_A l = \frac{2t \Delta w}{w_\infty} = \frac{2t \Delta p}{u \rho w_\infty} = \frac{2 \Delta p}{\rho w_\infty n_s z}; \quad z \text{ Schaufelzahl, } n_s \text{ sekundliche Drehzahl, } u \text{ Umfangsgeschwindigkeit, } t \text{ Schaufelteilung.}$$

Man erhält das Gitter eines Axialrades dadurch, daß man einen Zylinderschnitt durch die Schaufeln legt und in eine Ebene abwickelt. Die angegebene Lösung stellt eine *erste Näherung* dar, indem die Beeinflussung der Nachbarschaukeln auf eine Schaufel durch Annahme einer *mittleren Strömungsrichtung* berücksichtigt wird. Diese erste Näherung hat sich indes als so brauchbar erwiesen, daß sich in sehr vielen Fällen — vor allem bei schwach belasteten Gittern — aus ihr brauchbare Konstruktionen ergeben. Der Gitterwirkungsgrad η folgt nach einer einfachen Rechnung aus folgenden Formeln, die auch für Propeller und Schraubgetriebe gelten,

$$\eta = \frac{1 - \varepsilon \tan \varphi_\infty}{1 + \varepsilon / \tan \varphi_\infty} \approx \frac{\tan \beta_\infty}{\tan (\beta_\infty + \varepsilon)}; \quad \tan \varepsilon \approx \hat{\varepsilon} = \frac{C_W}{C_A} \quad (66)$$

Für den einfachen, praktisch bedeutsamen Fall, daß ein *Kreisbogenprofil* gewählt wird, dessen Sehne in Richtung von w_∞ bzw. c_∞ liegt, ergibt sich für β' , Bild 88,

$$\beta' = \frac{2}{\pi} \frac{t}{l} \sin \beta_\infty \frac{\sin (\beta_2 - \beta_1)}{\sin \beta_1 \sin \beta_2} \quad (67)$$

δ) Die Berechnung nach β) berücksichtigt nicht die Tatsache, daß die Schaufeln in einer *gekrümmten Strömung* liegen. Die mittlere Krümmung ergibt sich gemäß Bild 87 dadurch, daß man die Breite a' bestimmt, außerhalb welcher die Strömung als ausgeglichen gelten kann. Diese Breite ist u. U. bedeutend größer als die Gitterbreite a . Die mittlere Krümmung ist in Bild 87 mit R'' bezeichnet. Die Breite a' kann notfalls durch provisorisches Aufzeichnen der Stromlinien und der dazu senkrechten Potentiallinien gewonnen werden.

Ergibt die Berechnung nach β) bei Kreisbogenschaufeln einen Krümmungsradius R' , und ist der mittlere Krümmungsradius R'' , so wird der richtige Krümmungsradius der Schaufel $1/R = 1/R' + 1/R''$. Mit einiger Annäherung kann für $1/R''$ der Wert $\pi C_A l / 12 t^2$ gesetzt werden (Analogon der Strahlablenkung bei Windkanälen).

ε) Nach *Weinig* läßt sich der *Übertreibungswinkel* $\Delta\alpha$ nach potentialtheoretischen Berechnungen direkt ausrechnen

$$\Delta\alpha_1 = \Delta\alpha_2 = (1 - \mu) (\alpha_1 - \alpha_m) = (1 - \mu) (\alpha_m - \alpha_2).$$

Der Wert μ in Abhängigkeit von α_m und t/l kann aus Bild 89 entnommen werden. $\alpha_m = \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2)$.

ζ) Bei der Profilierung von Schaufeln geht man zweckmäßig von der Kreisbogenform nach *Weinig* aus und verteilt die Profildicke gleichmäßig nach beiden Seiten. Dabei ist zu beachten, daß die größte Dicke, die in der Größenordnung von 10% der Schaufellänge liegen kann, etwa in 40% der Profiltiefe liegen sollte.

Bei Profilierung muß das Kreisbogenprofil etwas verdreht werden, und zwar bei *Pumpen* im *positiven* Sinn, d. h. eine Vergrößerung des Schaufelwinkels, bei *Turbinen* im *negativen* Sinn (Berechnung des Winkels)¹.

Nach diesen Methoden berechnete Gitter stimmen mit der genauen Berechnung von *Scholz*² und *Schlichting*³ sehr genau überein. Nach neueren Untersuchungen bringen Profilierungen Vorteile bis herunter zu $Re = 30000$.

η) Bei stark verzögerter Strömung durch Gitter mit enger Teilung und relativ kleinen Eintrittswinkeln ergibt die Eintrittsaufwinkelung eine u. U. starke Verengung des Eintrittsquerschnitts. Zur Vermeidung der hierdurch eventuell eintretenden Grenzschichtablösungen wird oft zu raten sein, von einer Eintrittsaufwinkelung ganz abzusehen und nur den Austrittswinkel zu ändern. Genauere Berechnungsmethoden wurden von *Scholz*² und *Schlichting*³ entwickelt.

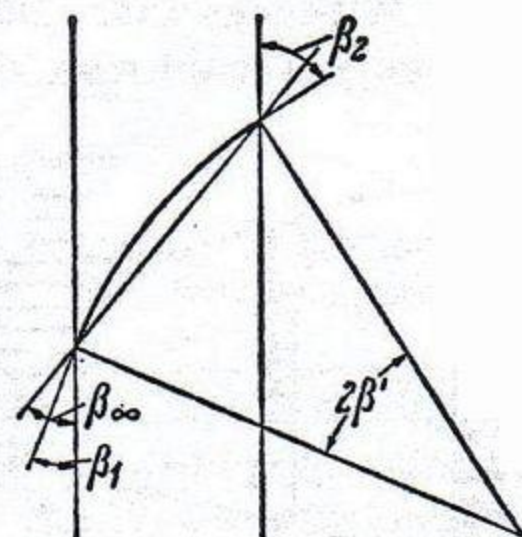


Bild 88. Zur Bestimmung des Winkels β' für ein Kreisbogenprofil

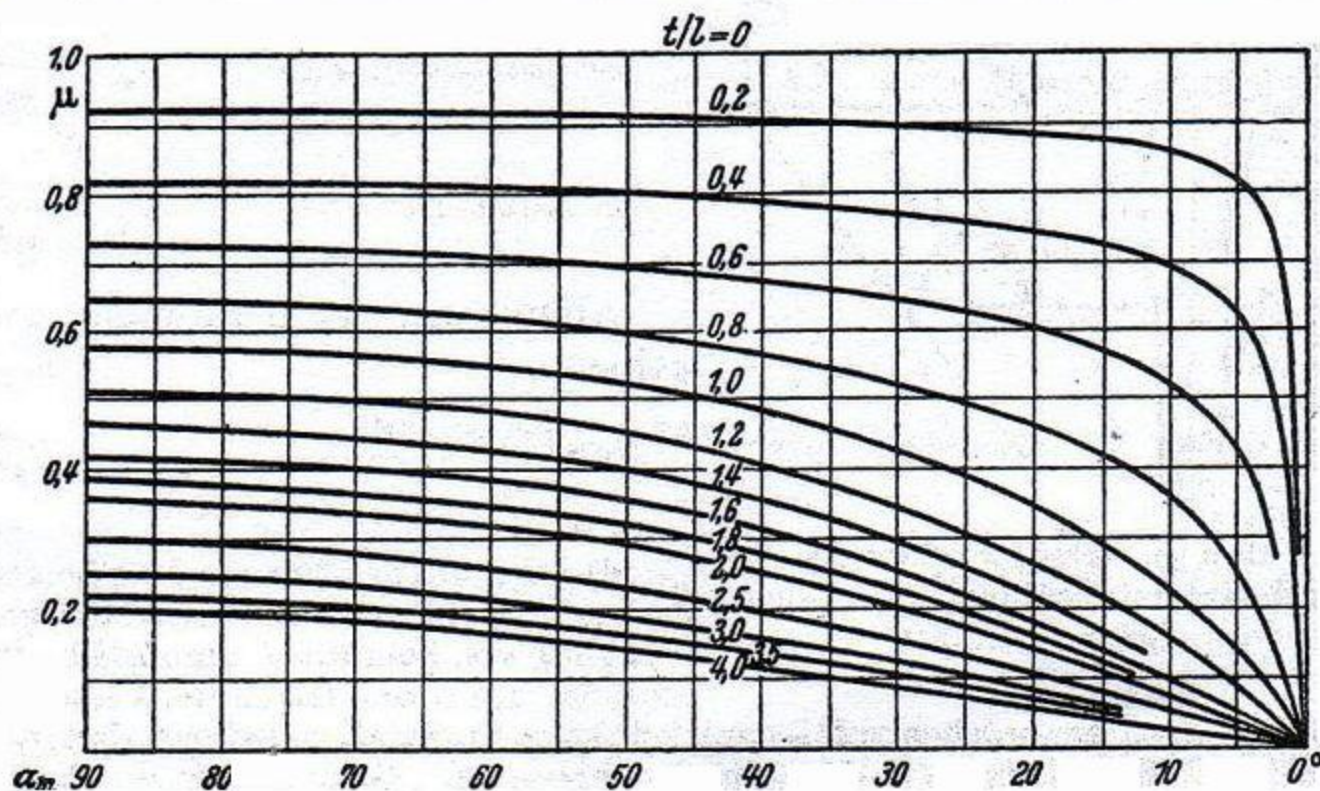


Bild 89. Wert μ (für Berechnung des Übertreibungswinkels $\Delta\alpha$) in Abhängigkeit von α_m für verschiedene Teilungsverhältnisse t/l

Genauere Berechnungsmethoden wurden von *Scholz*² und *Schlichting*³ entwickelt.